第三章 图形变换

**3.1基本变换**

1.平移（最后一列即为平移向量）

2.旋转（分解成简单旋转）

•x-roll绕x轴旋转β角度（逆着x轴正方向看去，逆时针方向为β正方向）

y-roll

z-roll

•R为正交矩阵，逆矩阵即为转置矩阵或对应角度取负值

•R的Trace不变，旋转矩阵行列式总为1

3.缩放

•如果左上部3\*3矩阵行列式为负，则为反射矩阵（Reflective）或镜像矩阵（Mirror）， 需要进行特殊处理，否则变换后顶点序列会被改变，导致光照效果错误

•沿任意轴缩放的情况，可以先采用坐标变换将坐标轴变为任意轴，缩放后逆变换

4.错切变换（剪切）

•剪切有6种基本形式，每种形式下标：第一个表示由错切矩阵改变的坐标，第二个与 第一个坐标一起表示错切面，令x=0，y=1，z=2，那么s的行列位置和下标对应

5.变换级联

6.刚体变换

仅有平移和旋转两种级联所组成的变换

•可见刚度矩阵可以直接拆分成两个矩阵

•表示R的3\*3矩阵部分

7.法线变换

几何图形的变换矩阵为M，则法线的变换应为M的逆矩阵的转置

8.逆矩阵计算

一般矩阵的逆矩阵计算：可采用伴随矩阵方法、克莱姆法则、LU分解或者高斯消去法；通常优先考虑使用克莱姆法则和伴随矩阵法，这两种方法的分支运算少

**3.2特殊类型的矩阵变换和运算**

3.2.1欧拉变换

•本身有24中不同方式选择矩阵顺序，不过这一种最常用

•r-roll，h-head，p-pitch，代表默认情况下（都为零时）目光朝向-z，头顶朝向y的一种 观察方式

3.2.2从欧拉变换中提取相关参数

•若cosp=0，可以假定h=0，则

3.2.3矩阵分解

•Thomas【749】和Goldman【270,271】分别提出了对变换进行分类的两种不同方法

•Shoemake【709】对仿射矩阵有关的技术进行了改进

3.2.4绕任意轴**u**（**u**为该轴的方向向量）旋转β角

1）经典方式：先进行两个旋转使**u**和z轴重合，然后进行z-roll至β角度，然后逆旋转回到原来**u**方向

2）构造性方法：在旋转平面建立一个二维坐标系统，使用由P点表示出的基矢量来表示Q

c=cosβ；s=sinβ

3）找出旋转轴和角度

**3.3四元组**

3.3.1有关的数学背景

1）定义

2）性质

•乘法（满足结合律）

•共轭

•范数

•同一性

•逆

•共轭法则

•范数法则

•等价形式（单位四元组）

•对数

•幂

3.3.2四元组的变换

令，为点或者向量

表示将**p**绕轴旋转度

**q**的任何非零实倍数表示相同的变换

1）四元组转换矩阵或矩阵提取四元组

见p28

2）球面线性插值

代数形式

软件实现方式

再读，12章读完之后p30

3）从一个向量到另外一个向量的旋转

已知：向量**s**，**t**

中间量：旋转轴**，**，

将q变换为矩阵：见p31

**3.4顶点混合**

1）概念理解

顶点混合（vertex blending）又称蒙皮、包络和骨架子空间变形等，也称为缝合（stitching）技术；通常角色模型是由网格（也称为皮肤，因为附在骨骼之上）和骨骼组成，每个骨头的运动对应一种变换，每个网格顶点都可能受到任何骨头的影响或几块骨头运动的共同影响，这项技术就是对单个顶点采用不同的矩阵进行变换，然后将结果对每个变换加以不同权重混合在一起。

Tombesi【751】讨论了如何从3DSMAX建模环境中提取顶点混合所需数据

2）表达式

•n表示影响p的骨骼个数，w表示权重，BM是表示骨骼运动的变换和坐标变换矩阵

Woodland【822】对保持和更新B(t)矩阵动画函数的方法进行了深入探讨

p33

**3.5投影**

•一般采用右手坐标系，目光-z方向，y轴朝上，x向右；DirectX采用左手系，目光+z方向

•一般的投影虽然可以用矩阵表示，但是不可逆，因为消去了一个维度，也就消去了能够表 示深度的参数，因此这里感兴趣的是类似投影性质的变换，即2维程度上完成投影过程， 第三个维度上保留能够表示深度的参数

3.5.1正交投影

•正交投影的视景体（或包围盒Axis-Aligned Bounding Box，AABB）由六元组定义(l,r,b,t,n,f)，即左右下上近远，视景体形状为轴对齐长方体，标准化后变成以原点为中心的单位立方体

•近平面也称前平面或此处（hither），远平面也称后平面或者彼处（yon）

变换矩阵

•**S**为缩放，**T**为平移，共同将视景体标准化

•DirectX中的标准视景体规定不同，矩阵也不同，见p36

要想旋转视角，是不是只能靠模型矩阵了？

3.5.2透视投影

•透视投影的视景体或视锥也由六元组定义

•不对称视景体，即r≠-l，t≠-b，可用于立体观察效果，和CAVE【152】等应用中

变换矩阵

•DirectX中的标准视景体规定不同，矩阵也不同，见p38

第四章 视觉外观

**4.1光源**

Hall【316】的书有关于颜色方面的更多内容

•光源分三种类型：点光源，聚光源，平行光

•光源的参数：环境光强度颜色，漫反射光强度颜色，镜面反射光强度颜色，光源位置

聚光源的参数更多一些，包括方向，断角，衰减率等

**4.2材质**

•材质的参数：环境材质颜色，漫反射材质颜色，镜面反射材质颜色，光亮度参数，放射性 材质颜色

**4.3光照和着色处理**

•着色处理方法：扁平（平面着色），Gouraud，Phong；一般多用Gouraud，效率和质量平衡

单像素着色处理

•Pixar和RenderMan【22,142,761】采用将表面分成微小片段，逐个绘制，再混合结果的概 念，多用于电影制作，而不是实时

Strauss【735】讨论了如何更直观的控制材质值的设置

4.3.1漫反射分量

**m**反射面的法向量；**v**反射点P指向视点的向量；**s**反射点P指向光源的向量

是漫反射光源的亮度；为漫反射系数或称材质颜色

4.3.2镜面反射分量

1）Phong【Phong75】模型（适合塑料与玻璃，不适合金属）

•一般物体的反射光并非只有一个方向，而是围绕镜面反射方向分布，镜面反射方向光强最大，光强随着偏离镜面反射方向角度增大迅速减小

•镜面反射光随角度衰减的分布见p344/383，f一般取1-200之间，由实验确定

镜面反射**：**

•是镜面反射光源强度；是镜面反射系数，也通过实验确定，一般会依赖于入射光波长和入射角度

2）Blinn【Blinn77】半角向量加速

•这个改进算法不需要计算**r**，如果光源和视点都非常远，那么**s**和**v**对于物体上不同的表面都是不变的，则只需要对于每个面计算一次**hm**即可

3）Schlick【Schlick94】加速

用更容易计算的式子代替指数计算，仍采用Phong基本模型

4.3.3环境分量

•光源没有确定位置，光在各个方向上均匀分布

•环境光源强度用表示，环境光反射系数为，通常与漫反射系数相等

4.3.4光照方程

距离衰减因子表达式：

改进的光照方程

•只有镜面反射和漫反射分量受距离因素影响，不过也可以把环境光考虑进来，否则多个光 源的环境光在不衰减的情况下可能会导致场景整体太亮（其实都是试验的结果）

聚光效果表达式：

•e为控制衰减的因子，β为光锥中线和入射光夹角

进一步改进方程

最终方程为（对多个光源）：

•最终增加了全局环境光，和物体的放射光（放射光不再对其他物体作用）

**4.4走样(aliasing)和反走样**

采样理论和数字滤波技术书籍【277,636,813】

锯齿状图形：放大像素后图形边缘参差不齐形成的视觉失真

螺旋现象（Crawlies）：图形运动时由于像素颜色必须突变的固有特性产生的波纹状现象

4.4.1采样和滤波理论

时域走样：在一定时间内采样率过低，即采样频率过分低于实际情况，重建后产生的失真； 举例，车子轮毂旋转速度增大后，眼睛观察到轮子在进行慢速甚至反向旋转的情况

采样定理：采样频率必须大于被采样信号最高频率的两倍

采样频率：也称为纳奎斯特频率或纳奎斯特极限

带宽

1）重建

通过滤波器重建信号，常见的有箱式滤波器，篷式滤波器，sinc滤波器

2）重采样

减采样（downsampling）和过采样（upsampling）

4.4.2基于屏幕的反走样技术

0）特殊反走样类型

纹理走样和直线走样

具有特定用途的直线反走样，Nelson【583,584】

1）前置滤波（prefiltering）

概念：根据物体在像素区域中的覆盖率（coverage）来计算像素的颜色

算法：Pitteway和Watkinson【Pitteway80】；Xiaolin Wu【Wu91】

特点：对于非多边形形状，这个方法的计算代价可能非常大

2）过采样或超采样（supersampling）

概念：以增加采样点密度来代替只在像素中心采样的方式，取像素区域内所有采样点平均值 来决定像素颜色

特点：相比较于同样采样密度的高分辨率显示，低分辨率存在一定程度的模糊，但是仍然可 以柔化锯齿

应用：超采样抗锯齿super sample antialiasing，SSAA。完整意义上实现SSAA的技术有时也称全屏抗锯齿full-screen antialiasing，FSAA，是将采样点增加以提高缓冲分辨率，然后缩减采样。常见的如2x2或4x FSAA，即每个像素2x2个采样点，全部进行计算，然后取平均值。鉴于FSAA的性能消耗很大，有一种优化方式称为多重采样抗锯齿multisample antialiasing，MSAA。MSAA的空间消耗没有明显优化，因为仍需过量采样点信息，但是计算采样点颜色时只计算中心处颜色，然后将其值赋予所有被覆盖的采样点，最后将所有采样点平均。这样可以减少计算量。常见的多重采样为4x和8x等。

※需要注意几点以避免混淆：缓冲区里的数据不一定是对应像素的，而应该是对应采样点或片段的。因此单纯的像素分辨率不能准确衡量缓冲区大小。然而如何对采样点进行计算，或是否对所有采样点作相同的计算，是具体算法决定的。

3）后置滤波（postfiltering）

概念：每个显示像素的数值是场景中一个适当规模的相邻样本集合的加权平均，一般像素中 心的采样点权重较大；计算出每个像素数值的过程可称为窗口函数（window function）

4）累积缓冲器（Accumulation Buffer）

概念：在x或y方向上移动半个像素，形成4幅图像，然后求和平均显示最终结果

应用：运动模糊（motion blur）和景深效果（depth）

5）T缓冲器

概念：累积缓冲器的另外一种变化形式

特点：和累积缓冲器一样，采样不一定是均匀的直角形式

应用：RGSS（Rotated Grid Super-sampling）旋转网格超采样

**4.5透明度、alpha值，以及合成**

1）概念：

2）算法：

a）Screen-Door透明度

不使用alpha通道，用棋盘格填充模式来绘制透明物体，即每隔一个像素绘制同一物体， 其余间隔像素绘制另一物体

•特点：快速；只有50%透明度，只能画两种颜色的透明叠加

b）alpha混合技术

引入一个透明度量，或称为alpha值，计算中为0-1的数，内存存储中为0-255的数， 透明度决定了透明物体和背景混合的权重

混合方程：

•特点：一般来说混合过程必须根据物体前后位置来由后至前顺序进行，否则出错